# Прогноз временных рядов

## Определение временного ряда

Пусть имеется наблюдаемый процесс *P*, нестационарный во времени. Результатом наблюдения являются измерения характеристики *x* процесса в моменты времени . Полагая, что для всех значений времени выполняется

, ,

множество измеренных значений  можно обозначить . Полученное множество величин будем называть **временным рядом**. В зависимости от того, является ли значение *xi* скаляром или вектором, говорят об **одномерном** или **многомерном** временном ряде. В рамках данной лабораторной работы будем рассматривать одномерные временные ряды.

## Задача прогноза временного ряда

Задача **прогноза** временного ряда является одной из основных в *анализе временных рядов*. Ее суть можно изложить следующим образом:

Пусть известны значения временного ряда до некоторого момента времени *T*: . Необходимо, используя данные значения, получить оценки неизвестных значений ряда в будущем . Причем каждое последующее значение вычисляется с использованием имеющихся оценок. Ряд, полученный «конкатенацией»  и , называют **реконструкцией** временного ряда.

Для решения задачи прогнозирования разработано большое число методов. Ниже будет кратко изложена суть нейросетевого подхода.

## Нейросетевой прогноз временных рядов

В рамках данного подхода для определения прогнозных значений ряда применяются нейронные сети.

В наиболее распространенном случае ИНС обучается прогнозу на 1 отсчет времени вперед, используя  предыдущих значений. Другими словами, на вход ИНС предъявляется вектор

,

и требуется, чтобы на выходе ИНС «появилось» значение:

.

Величину  называют *шириной окна* или *глубиной погружения*.

Обучение ИНС производится по известному временному ряду . Общая схема обучения представлена алг. 1.

|  |
| --- |
| **Алгоритм 1**. Общая схема применения ИНС для прогноза значений временного ряда.   1. Выбирается и фиксируется глубина погружения . 2. Исходный временной ряд «нарезается» на множество обучающих примеров (см. текст ниже) для формирования обучающей выборки **D**. 3. Выбирается структура ИНС (как минимум фиксируется количество входов, равное ). 4. Производится обучение ИНС на выборке **D**. |

Формирование обучающей выборки **D** из исходного временного ряда *X* заключается в задании набора обучающих примеров, при этом *i*-й пример представляет пару:



где .

Обучение ИНС можно производить с помощью любого известного алгоритма. В качестве критерия часто используется суммарная квадратичная ошибка, вычисленная по всем обучающим примерам:



где  и  – соответственно требуемое и фактическое значение выходного сигнала ИНС для *i*-го обучающего примера. Заметим, что нередко применяются и другие критерии, например,





## Подготовка обучающих данных

При использовании ИНС для решения задачи прогноза необходимо учитывать ряд особенностей.

Значения элементов временного ряда могут по модулю существенно превосходить 1, что, например, не позволяет использовать в выходном слое нейроны с лог-сигмоидной или тангенциальной функцией активации. В этом случае можно использовать один из следующих подходов:

1. Предварительная нормировка данных, чтобы все значения после нормировки оказались в интервале [-1; 1] или [0; 1]. Примеры нормировки:







где  и  обозначают соответственно минимальный и максимальный элементы из *Х*, а *С* – некоторая константа, .

Преимуществом является простота и скорость вычислений. Среди недостатков отметим, то, что часто нельзя гарантировать, в последующем среди прогнозных значений не окажутся величины меньше  либо больше .

1. Использование в выходном слое нейронов с линейной функцией активации. В этом случае ограничения на диапазон значений элементов ряда отсутствуют. Однако в случае, если среди элементов ряда большинство значений будет близко к некоторому , то сеть может обучиться по «ленивому» сценарию, когда на выходе будет постоянно одна и та же величина, также близкая к  (рис. 1). Понятно, что такая сеть не будет полезной при прогнозе.

Рисунок 1 – Пример неудачной нейросетевой реконструкции временного ряда

1. Замена исходных значений ряда Х на разности соседних элементов. В этом способе формируется временной ряд



где . Поскольку многие представляющие интерес временные ряды являются нестационарными, то большинство значений  будут отличны от нуля, что позволит избежать недостатков предыдущего подхода. Пример реконструкции ряда, показанного на рис. 1, при использовании разностей показан на рис. 2. При необходимости полученные значения ряда  необходимо дополнительно нормировать (см. п.1).

Рисунок 2 – Пример нейросетевой реконструкции временного ряда при обучении ИНС на разностях элементов ряда

Есть и другие подходы, однако их рассмотрение выходит за рамки лабораторной работы.

Необходимо заметить, что во многих случаях сказать заранее, какой из подходов подойдет лучше всего, нельзя.

Также важно, чтобы участок временного ряда, по которому формируется обучающая выборка, был достаточно представительным, т.е. если в данных есть какая-то периодичность или наличие выбросов, то их должно быть «видно».

# Ход работы

1. В качестве массива данных был выбран курс доллара по за последние 2 года. Из них первые 80 % были отобраны в качества обучающей выборки, тогда как последние 20 % – в качестве тестовой выборки.
2. В качестве значений глубины прогноза  для экспериментов были выбраны следующие: , , , .
3. В качестве применяемых структур ИНС были выбраны следующие: ИНС без скрытых слоёв и нейронов (ИНС-1), ИНС с одним скрытым слоем и 5 нейронами (ИНС-2), ИНС с одним скрытым слоем и 30 нейронами (ИНС-3).
4. В качестве алгоритма обучения был выбран метод обратного распространения ошибки (англ. *backpropagation*).
5. Для нормированных исходных данных и каждой комбинации значения глубины прогноза и структуры ИНС была вычислена ошибка прогноза, представляющая собой среднеквадратичную ошибку отклонения НС прогноза от реальных значений (табл. 1).

Таблица 1 – Среднеквадратичная ошибка отклонения прогноза реальных значений

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Глубина погружения | | | |
| = 5 | = 10 | = 20 | = 50 |
| ИНС-1 | 96,89±0,39 | 96,72±0,041 | 96,88±0,39 | 93,98±0,63 |
| ИНС-2 | 97,37±0,32 | 97,30±0,33 | 97,15±0,34 | 91,78±0,88 |
| ИНС-3 | 97,08±0,37 | 97,22±0,35 | 97,01±0,35 | 93,88±0,62 |

* 1. По итогам проведённых экспериментов, можно сделать вывод, что наиболее точным с точки зрения ошибки отклонения является использование структуры ИНС-2. Наименее эффективным является использование глубины погружения, равной 50, при использовании структур ИНС-3.

1. Был сформирован новый ряд из разностей значений исходного ряда. На основе полученного ряда были проведены эксперименты, аналогичные п. 5. (табл. 2).

Таблица 2 – Среднеквадратичная ошибка отклонения прогноза реальных значений (с использованием разностей значений)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Глубина погружения | | | |
| = 5 | = 10 | = 20 | = 50 |
| ИНС-1 | 89,77±7,72 | 84,22±10,88 | 79,43±14,02 | 43,33±36,32 |
| ИНС-2 | 93,28±4,56 | 88,63±7,07 | 86,88±8,42 | 94,48±3,85 |
| ИНС-3 | 92,97±4,80 | 93,75±4,31 | 90,57±6,24 | 93,55±4,79 |

По итогам проведённых экспериментов, можно сделать вывод, что наиболее эффективным является использование  = 5 для любой из структур ИНС, = 10 для ИНС-1, ИНС-3, а также = 20 для ИНС-3; наименее приемлемым – использование = 50 с ИНС-1.